

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)**

Факультет «Автоматизация, мехатроника и управление»  
Кафедра «Автоматизация производственных процессов»

«Основы механики технологических процессов и оборудования»

Методические указания  
с заданиями по контрольной работе  
для студентов заочной формы обучения

Ростов-на-Дону  
2023

УДК 62-52

Составитель: Быкадор В.С.

Методические указания. – Ростов-на-Дону : Донской гос. техн. ун-т, 2023. – 17 с.

Методические указания с заданиями для выполнения контрольной работы по дисциплине «Основы механики технологических процессов и оборудования» предназначены для студентов заочной формы обучения по направлению подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» профиль «Автоматизация технологических процессов и производств в машиностроении».

УДК 62-52

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

---

В печать \_\_\_\_ . \_\_\_\_ . 20\_\_ г.  
Формат 60х84/16. Объем \_\_\_\_ усл. п. л.  
Тираж \_\_\_\_ экз. Заказ № \_\_\_\_.

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия:  
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный  
технический университет, 2023

## **СОДЕРЖАНИЕ**

<b>ОБЩИЕ ПОЯСНЕНИЯ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ.....</b>	<b>4</b>
<b>РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОСТРОЕНИЮ ЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ</b>	<b>9</b>
<b>РЕКОМЕНДАЦИИ ПО АНАЛИЗУ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ПРИ ВАРЬИРОВАНИИ ДВУХ ПАРАМЕТРОВ .....</b>	<b>13</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ .....</b>	<b>17</b>

## ОБЩИЕ ПОЯСНЕНИЯ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

В контрольной работе необходимо:

- 1) написать ответ на один теоретический вопрос;
- 2) разработать математическую модель динамики процесса механической обработки согласно варианту задания;
- 3) выполнить анализ устойчивости процесса механической обработки при варьировании двух параметров.

Таблица № 1. Выбор номера теоретического вопроса

		ПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА ЗАЧЁТНОЙ КНИЖКИ									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ПРЕДПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА ЗАЧ. КН.	0	1	11	1	11	1	11	1	11	1	11
	1	2	12	2	12	2	12	2	12	2	12
	2	3	13	3	13	3	13	3	13	3	13
	3	4	14	4	14	4	14	4	14	4	14
	4	5	15	5	15	5	15	5	15	5	15
	5	6	16	6	16	6	16	6	16	6	16
	6	7	17	7	17	7	17	7	17	7	17
	7	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1
	8	9	2	9	2	9	2	9	2	9	2
	9	10	3	10	3	10	3	10	3	10	3

Список теоретических вопросов:

- 1) Кинематические связи в металлорежущих станках.
- 2) Геометрические параметры режущего инструмента.
- 3) Форма срезаемого слоя и основные режимы резания.
- 4) Понятие о силе резания (формула И. А. Тиме).
- 5) Составляющие силы резания (для точения и сверления).
- 6) Нелинейный и стационарный характер силы резания.
- 7) Классический и современный подход в анализе динамических свойств процессов резания.
- 8) Порядок составления математических моделей (ММ) динамики технологических систем.
- 9) Основные формы представления ММ динамики технологических систем.
- 10) Типовой порядок анализа линейных ММ динамики технологических систем резания.
- 11) Для чего используется переход от полных координат к вариациям координат системы относительно стационарной траектории в ММ?
- 12) Основные методы исследования ММ динамики технологических систем.

- 13) Порядок анализа устойчивости системы аналитическо-численным методом в плоскости двух параметров.
- 14) Понятие о силе контактного взаимодействия поверхностей режущего инструмента и обрабатываемой поверхности заготовки.
- 15) Гипотеза о задержке силы резания относительно смещений элементов технологической системы.
- 16) Идентификация нелинейных статических характеристик технологических систем.
- 17) Порядок нахождения неизвестных коэффициентов полинома методом наименьших квадратов.

Таблица № 2. Выбор варианта задания для составления математической модели динамики процесса резания его анализа

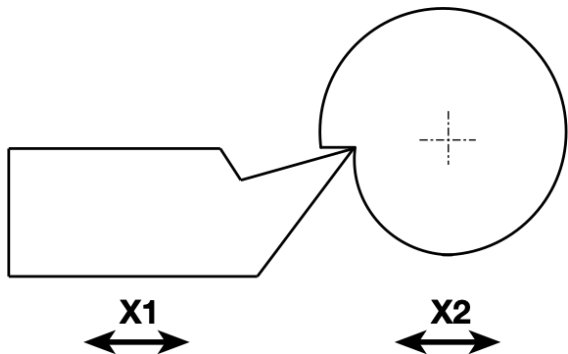
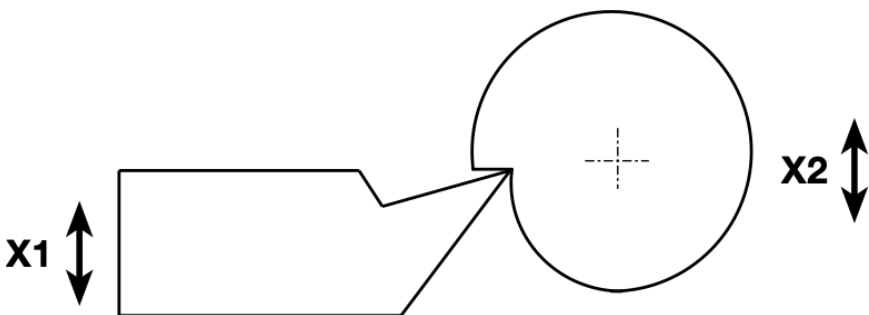
		ПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА ЗАЧЁТНОЙ КНИЖКИ									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ПРЕДПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА ЗАЧ. КН.	0	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
	1	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2
	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
	3	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2
	5	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
	7	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2
	8	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
	9	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4

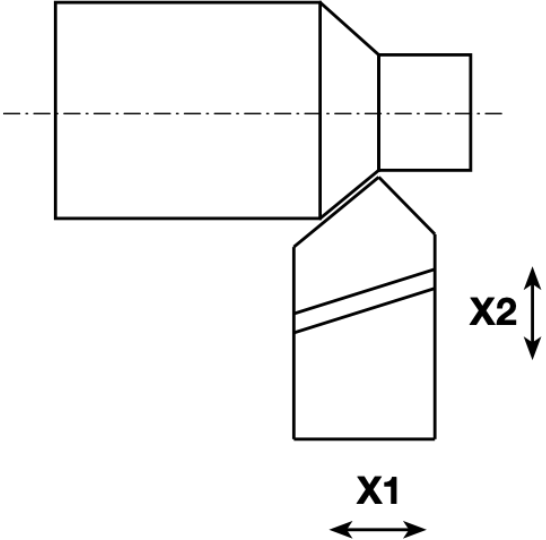
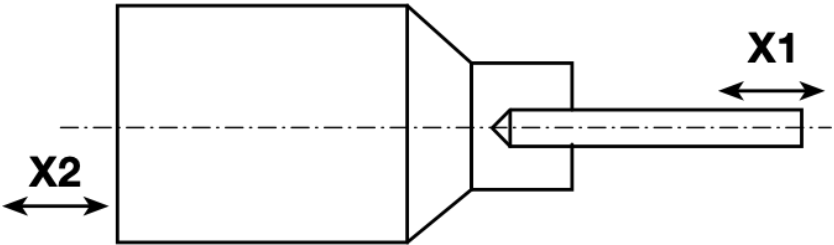
Ниже приведены рекомендации по разработке математической модели динамики процесса механической обработки и рекомендации по анализу устойчивости системы.

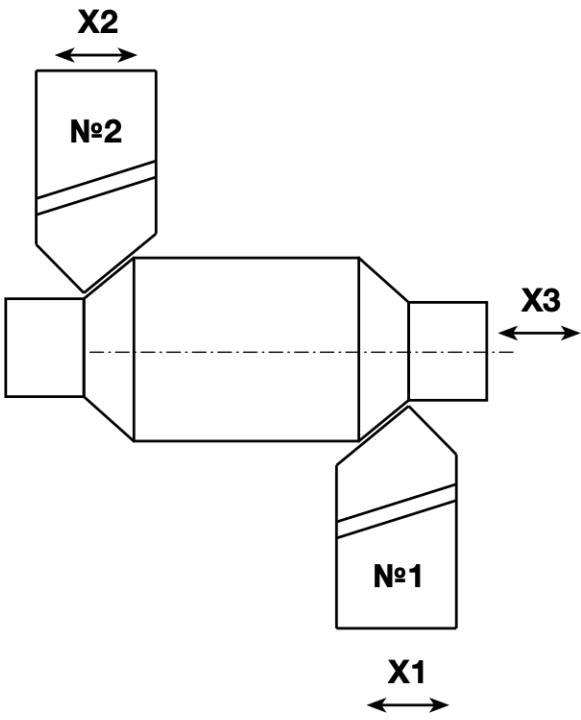
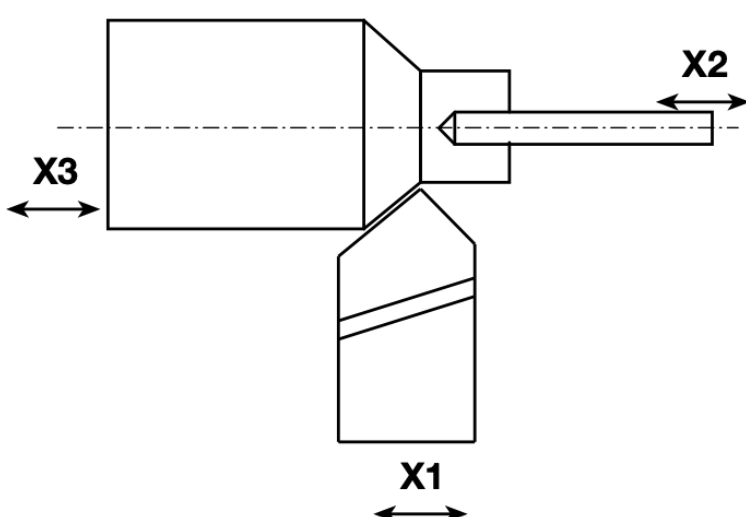
Все выводы, вычисления должны сопровождаться соответствующими поясняющими выкладками, графиками и пояснениями.

Для всех вариантов принять:  $S_0 = 0,1$  мм/об;  $V_0 = 100$  м/с;  $t_0 = 1$  мм.

Таблица № 3. Схема процесса механической обработки

Вар.	Схема	Параметры
1		$m_1=0,1$ кг*с <sup>2</sup> /мм $h_1=0,02$ кг*с/мм $c_1=100$ кг/мм  $m_2=0,3$ кг*с <sup>2</sup> /мм $h_2=0,1$ кг*с/мм $c_2=10...200$ кг/мм  $\rho_1 = -200...200$ кг/мм
2		$m_1=0,15$ кг*с <sup>2</sup> /мм $h_1=0,01$ кг*с/мм $c_1=10...150$ кг/мм  $m_2=0,3$ кг*с <sup>2</sup> /мм $h_2=0,25$ кг*с/мм $c_2=200$ кг/мм  $\rho_1 = -150...150$ кг/мм

3		$m_1=0,015 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_1=0,015 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_1=150 \text{ кг}/\text{мм}$  $m_2=0,03 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_2=0,025 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_2=180 \text{ кг}/\text{мм}$ $\rho_1 = -150 \dots 150 \text{ ед.}$ жёстк. $\rho_2 = -200 \dots 200 \text{ ед.}$ жёстк.
4		$m_1=0,005 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_1=0,01 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_1=5 \dots 80 \text{ кг}/\text{мм}$  $m_2=0,25 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_2=0,1 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_2=150 \text{ кг}/\text{мм}$ $\rho_1 = -80 \dots 80 \text{ кг}/\text{мм}$

5		$m_1=0,02 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_1=0,01 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_1=100 \text{ кг}/\text{мм}$  $m_2=0,03 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_2=0,025 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_2=150 \text{ кг}/\text{мм}$  $m_3=0,2 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_3=0,25 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_3=250 \text{ кг}/\text{мм}$ $\rho_1 = -250 \dots 250 \text{ ед.}$ жёстк. $\rho_2 = -300 \dots 300 \text{ ед.}$ жёстк.
6		$m_1=0,03 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_1=0,02 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_1=150 \text{ кг}/\text{мм}$  $m_2=0,01 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_2=0,01 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_2=100 \text{ кг}/\text{мм}$  $m_3=0,25 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{мм}$ $h_3=0,3 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{мм}$ $c_3=300 \text{ кг}/\text{мм}$ $\rho_1 = -300 \dots 300$ $\rho_2 = -350 \dots 350 \text{ ед.}$ жёстк.



## **Рекомендации по построению линейной математической модели динамики процесса резания**

Составление математической модели начинается с задания гипотез и допущений, на основании которых строится так называемая концептуальная модель или расчетная схема динамики технологической системы.

В данной работе положены следующие гипотезы [1, 2]:

- 1) подсистемы инструмента и/или заготовки не являются абсолютно жёсткими и могут иметь упругие деформационные смещения в осевом, радиальном и тангенциальном направлениях;
- 2) процесс резания является потенциально возмущённым;
- 3) сила резания описывается формулой И. А. Тиме;
- 4) в пределах одного технологического прохода направление вектора силы резания остаётся постоянным.

В концептуальной модели системы определённые характеристики показываются схематически. Основными элементами схематизации являются:

- 1) рассматриваются системы с сосредоточенными массами, которые, как правило, приводятся к соответствующим элементам, например, приведенная масса подсистемы инструмента, приведенная масса подсистемы заготовки;
- 2) диссипативные характеристики системы заменяются приведенными элементами диссипации;
- 3) характеристики жесткости элементов системы заменяются приведенными элементами жесткости.

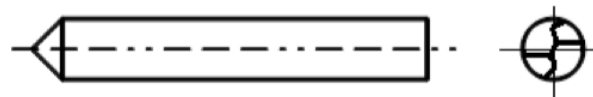
В таблице № 1.1 показаны основные обозначения, единицы измерения приведенных характеристик массы, диссипации и жесткости, а на рисунке 1.1 показаны изображения на схемах резцов и сверл.

Таблица 1.1 – Приведённые характеристики технологических систем

Название	Обозначение	Единица измерения	Обозначения на схемах
Масса	$m$	$\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2}{\text{мм}}$	
Элемент диссипации	$h$	$\frac{\text{кг} \cdot \text{с}}{\text{мм}}$	
Элемент жесткости	$c$	$\frac{\text{кг}}{\text{мм}}$	



а)



б)

Рис. 1.1 – Графические обозначения резца и сверла, применяемые для изображения на расчетных схемах: а) резец; б) сверло

После составления концептуальной модели переходят к разработке математической модели системы. Так как системы резания относятся к механическим, то наиболее целесообразно использовать уравнение Лагранжа II-го рода (1.1) для составления математической модели системы резания:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (1.1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия  $i$ -го элемента;  
 $\dot{q}_i$  – обобщенная скорость  $i$ -го элемента;  
 $q_i$  – обобщенная координата  $i$ -го элемента;  
 $Q_i$  – сумма обобщенных сил по  $i$ -ой координате.

Сила диссипации  $F_d$ , сила жесткости (упругости)  $F_{уп}$  и сила резания  $P$  (в линейном представлении) определяются по выражениям (1.2), (1.3) и (1.4), соответственно:

$$F_d(x) = h \cdot \frac{dx}{dt}, [\text{кг}] \quad (1.2)$$

$$F_{уп}(x) = c \cdot x, [\text{кг}] \quad (1.3)$$

$$P = \rho \cdot S \cdot t_p, [\text{кг}] \quad (1.4)$$

где  $x$  – линейное перемещение элемента, мм;

$\rho$  – коэффициент давления стружки на переднюю поверхность режущего клина инструмента,  $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$ ;

$S$  – подача инструмента на оборот шпинделя,  $\frac{\text{мм}}{\text{об}}$ ;

$t_p$  – глубина резания, мм.

Порядок выполнения:

- 1) из таблицы № 1.2, согласно варианту, выбрать схему процесса механической обработки;
- 2) разработать концептуальную модель динамической системы процесса резания, учитывая приведённые на схеме сведения о направлениях упругих деформационных смещений элементов системы (обозначены на схеме как  $X_1, X_2, X_3$ );
- 3) на основе концептуальной модели, применяя управление Лагранжа II-го рода (1.1), а также уравнения сил (1.2), (1.3) и (1.4) составить математическую модель системы резания в общем виде в зависимости от соответствующих обобщенных координат;
- 4) раскрыть зависимость силы резания от координат перемещения. Следует отметить, что для процесса точения от варьирования радиальной координаты перемещения  $y$ , будет зависеть величина глубины резания  $t_p$ , то есть уравнение (1.4), по сути, необходимо заменить уравнением

$$P(y) = \rho \cdot S \cdot t_p(y)$$

Для процесса сверления и точения, от варьирования координаты перемещения в осевом направлении  $x$  будет зависеть величина подачи  $S$ , то есть уравнение (1.4) необходимо заменить уравнением

$$P(x) = \rho \cdot S(x) \cdot t_p$$

При перемещении инструмента и/или заготовки в тангенциальном направлении к базовому уравнению силы резания И. А. Тиме (1.4) необходимо добавить скорость резания и учесть, что скорость резания будет зависеть от скорости смещения элементов в тангенциальном направлении  $\dot{z}$

$$P(x) = \rho \cdot S \cdot t_p \cdot V(\dot{z})$$

5) записать полученную систему уравнений в нормальной форме Коши

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \end{cases}$$

6) перейти от полных координат, в математической модели, к их вариациям и таким образом получить математическую модель динамики процесса (точения, сверления, многоинструментальной обработки – в зависимости от варианта) в вариациях относительно стационарной траектории.

## Рекомендации по анализу динамики процесса резания при варьировании двух параметров

В данной разделе требуется выполнить анализ устойчивости процесса механической обработки по полученной, в предыдущем разделе, математической модели динамики процесса.

Порядок выполнения:

- 1) в том случае, если исходная система уравнений имеет нелинейности, то перейти к линейному описанию системы (выполнить линеаризацию);
- 2) записать линейную (линеаризованную) математическую модель в векторно-матричной форме, то есть необходимо перейти от математической модели записанной в нормальной форме Коши к векторно-матричной форме

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$$

- 3) из системной матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$  получить характеристическое уравнение системы

$$\det(\lambda \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 = 0$$

где  $\mathbf{I}$  - единичная матрица с размерностью как у системной матрицы  $\mathbf{A}$ .

- 4) реализовать алгоритм (рис. 2.1) процедуры аналитически-численного построения двухпараметрического разбиения в плоскости варьируемых параметров (см. табл. № 1.2);

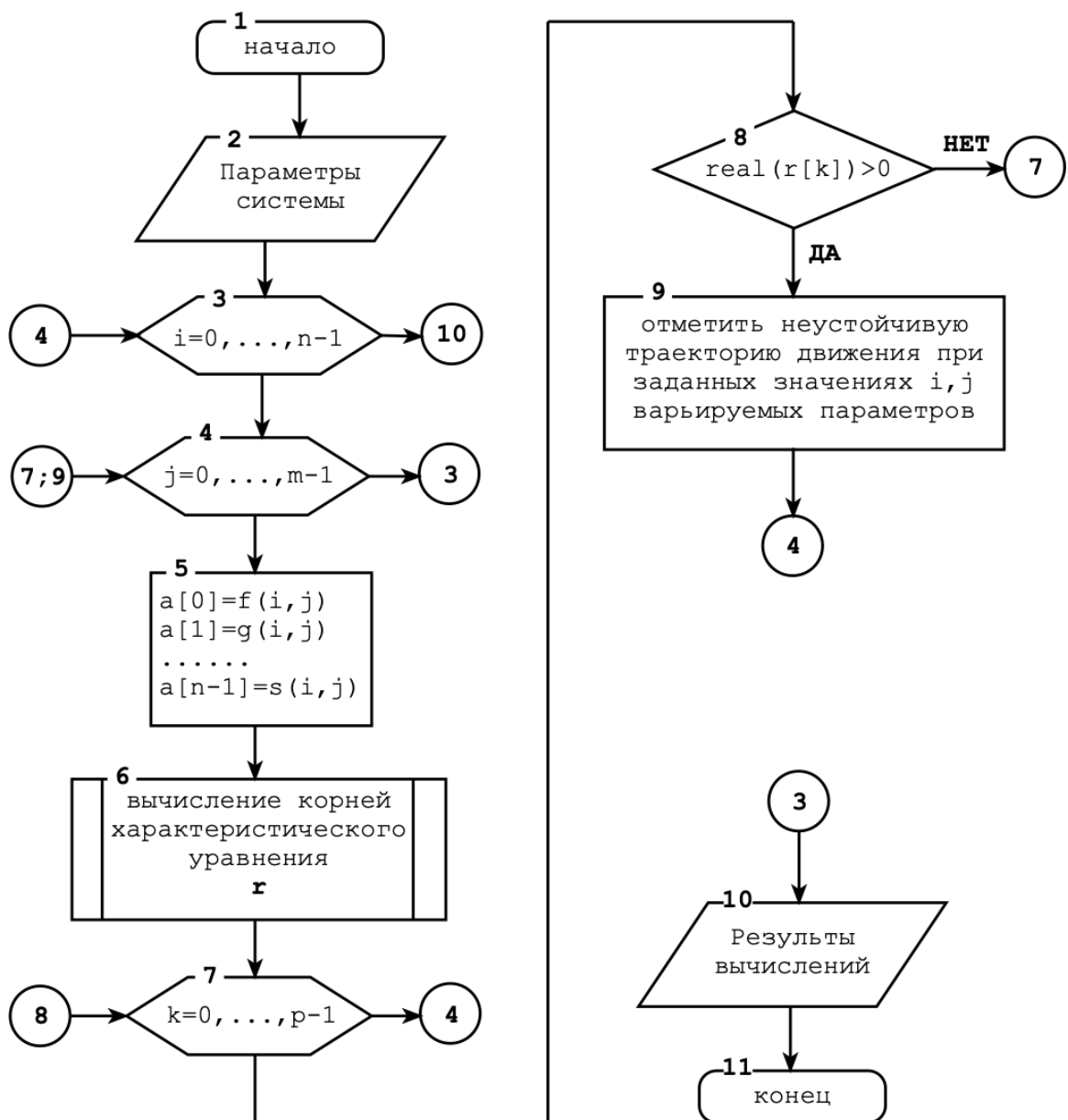


Рисунок 2.1 – Алгоритм процедуры аналитически-численного построения двухпараметрического разбиения в плоскости варьируемых параметров

- 5) построить плоскость варьируемых параметров с областями устойчивых и неустойчивых траекторий движения. Пример такой плоскости показан на рисунке 2.2



Рисунок 2.2 – Плоскость варьируемых значений  $T - \rho$  с областью устойчивых и неустойчивых движений процесса резания [3]

- б) выполнить проверку полученных в предыдущем пункте результатов
- а. определит четыре точки на плоскости варьированных параметров:
    - i. в глубине устойчивой области;
    - ii. в глубине неустойчивой области;
    - iii. вблизи границы устойчивости со стороны устойчивой области;
    - iv. вблизи границы устойчивости со стороны неустойчивой области.
  - б. по проекциям точек на оси координат определит значения каждого из варьируемых параметров;
  - с. выполнить программную реализацию математической модели динамики процесса резания;

- d. подставить в модель численные значения всех параметров, в том числе и найденные выше значения варьируемых параметров;
- e. выполнить численное интегрирование дифференциальных уравнений математической модели и получить реакцию системы. Для того чтобы получить реакцию системы нужно сформировать возмущение, на которое система среагирует. Это достигается одним из двух способов:
  - i. на вход системы (модели процесса резания) подать стандартное импульсное воздействие;
  - ii. задать в модель не нулевые начальные условия, например, можно задать небольшое смещение по какой-либо координате системы;
- f. сверить результаты, полученные аналитически-численным способом и численным интегрированием;
- g. сделать выводы.



## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Кудинов В. А. Динамика станков, М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
2. Заковоротный В. Л., Флек М. Б. Динамика процесса резания. Синергетический подход, Ростов н/Д.: Терра, 2006. – 876 с.
3. Тетенко О. В. Алгоритмическое и программное обеспечение автоматизированной системы диагностики процесса точения: Магистерская диссертация, Ростов н/Д: ДГТУ, 2018, 95 с.